

Найти дифференциалы первого и второго порядка функции нескольких переменных

$$z = x^2 \ln y$$

Решение

Найдем частные производные первого порядка:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 2x \ln y$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{x^2}{y}$$

Тогда дифференциал первого порядка равен:

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy = 2x \ln y dx + \frac{x^2}{y} dy$$

Найдем частные производные второго порядка:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 2 \ln y$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{2x}{y}$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = -\frac{x^2}{y^2}$$

Тогда дифференциал второго порядка равен:

$$d^2 z = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} dx^2 + 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} dx dy + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} dy^2 = 2 \ln y dx^2 + \frac{4x}{y} dx dy - \frac{x^2}{y^2} dy^2$$

Ответ: $dz = 2x \ln y dx + \frac{x^2}{y} dy$, $d^2 z = 2 \ln y dx^2 + \frac{4x}{y} dx dy - \frac{x^2}{y^2} dy^2$.